

Д-р техн. наук Ю.С. Воробьев
канд. техн. наук М.В. Чернобрышко
(ИПМ им. А.Н. Подгорного НАН Украины)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЗКАХ

Досліджено динамічний напружено-деформований стан конструкційних елементів під дією локальних імпульсних навантажень. Розроблена математична модель, яка враховує пружно-пластичне деформування, динамічні властивості матеріалів, великі деформації. Приведений чисельний аналіз.

DYNAMIC STRESS-STRAIN STATES MODELING FOR ELASTIC - PLASTIC CONSTRUCTIONS UNDER IMPULSIVE LOADINGS

Dynamic stress-strain states of construction elements under the action of the local impulsive loadings are investigated. A mathematical model takes into account elastic-plastic deformation, dynamic properties of materials, large deformations. A numerical analysis is resulted.

Создание современных инженерных конструкций, работающих в экстремальных условиях эксплуатации, тесно связано с разработкой теоретических основ и методов усовершенствования расчетных моделей, которые отвечают требованиям надежности и экономичности проектируемых объектов. Указанные проблемы приобретают наибольшую остроту в случае высокоскоростной нагрузки. Моделирование их поведения во время нагрузки требует уточненных, в сравнении с традиционными, математических моделей, которые отвечают структурно-связанным физическим полям конструкционного элемента.

Процесс скоростного деформирования протекает как в упругой, так и в пластической стадиях. Экспериментально доказано, что свойства материалов зависят от скорости деформирования и температурных полей [1-3]. Сложность процессов скоростного деформирования требует рассматривать трехмерное динамическое напряженно-деформированное состояние и связь его с температурными параметрами. В процессе скоростного деформирования элементы конструкций испытывают деформации, которые нельзя считать малыми, и задача становится геометрически существенно нелинейной. Для математического моделирования таких задач необходим учет изменения деформационных свойств материалов с изменением скорости деформации, влияния температурных параметров и появления зон пластичного деформирования [4, 5].

Термоупругопластическое скоростное деформирование металлических конструкций необходимо рассматривать с точки зрения обратной связи деформационного и температурного полей. Однако, экспериментальные исследования показали, что протекающие при этом процессы являются адиабатическими и вносят существенные изменения в характер деформирования только в условиях глубокой пластики [1]. Поэтому связанность вышеуказанных полей также можно учитывать на основе динамических характеристик материала [6].

Решение задачи предполагает использование динамических характеристик материалов, полученных на основе обработки результатов экспериментальных исследований. Эмпирические зависимости между интенсивностью напряжений и интенсивностью деформаций, скоростей деформаций строятся в виде пространственной поверхности $\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T)$.

Переход к зависимостям для пластических деформаций осуществляется согласно динамическому пределу текучести $\sigma_{s\,din}$ [7], который численно превосходит статический σ_s и позволяет учесть упрочнение материала в результате скоростного деформирования. Для его определения используется зависимость

$$\sigma_{s\,din} = \sigma_s \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_i}{D} \right)^{\frac{1}{n}} \right],$$

где $\sigma_s = E(T)\varepsilon_s$, – статический предел текучести; D, n – экспериментальные константы, описывающие динамические свойства материала.

При анализе развития деформационного процесса в пластической стадии необходима проверка возможности появления трещин и разрушений. Для этого могут применяться различные критерии прочности. В частности, использовался критерий Писаренко-Лебедева [7], поскольку этот критерий предполагает, что предельное состояние материала определяется касательными и нормальными напряжениями

$$\sigma_{II} = \chi\sigma_s + \sigma_1(1 - \chi), \quad \chi = \sigma_p / \sigma_c.$$

Как показывают предварительные исследования, размеры зоны развития интенсивных динамических напряжений, при приложении локальной импульсной нагрузки, являются весьма ограниченными [8]. Это дает возможность использовать в этих ограниченных зонах трехмерные модели, учитывающие особенности скоростного упругопластического деформирования, а за пределами этих зон, где напряжения значительно ниже и не достигают предела текучести, используют более простые модели, но достаточно полно отражающие геометрическую форму элемента конструкции.

Физика процессов, протекающих в локальной области скоростного пластического течения, достаточно сложна. Предсказать заранее специфику деформирования не представляется возможным. Именно поэтому задача скоростного упруго-пластического деформирования элементов конструкций ставится в перемещениях с учетом влияния динамических свойств материалов и температурных параметров, а напряжения определяются по закону упругого или пластического деформирования, согласно изменяющемуся во времени динамическому пределу текучести с учетом скорости деформаций.

Уравнения движения нелинейной теории термоупругости в перемещениях для декартовой системы координат используются в виде [9]

$$\begin{aligned}
(\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \mu \Delta u - 3\alpha K \frac{\partial T}{\partial x} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\
(\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \mu \Delta v - 3\alpha K \frac{\partial T}{\partial y} &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\
(\lambda + \mu) \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \mu \Delta w - 3\alpha K \frac{\partial T}{\partial z} &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},
\end{aligned} \tag{1}$$

где u, v, w – компоненты перемещений; T – температура; λ, μ – параметры Ла-ме; ρ – плотность материала; α – коэффициент теплового расширения;

$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ – модуль объемного сжатия;

$\Theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \text{div}U$ – относительное объемное расширение.

В материале конструкционного элемента под действием механической импульсной нагрузки происходят фазовые превращения [1]. В этом случае объемное расширение Θ определяется суммарным сжатием за счет разрушения кристаллической решетки и "схлопывания" пор при пластическом деформировании Θ^p и упругим сжатием материала в матрице $\Theta^e = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}$.

На основании исследований, проведенных в работе [10] установлено, что при давлении ударного сжатия в диапазоне 5...9 ГПа изменение плотности стали составляет 3...5 %. В задачах скоростного термоупругопластического деформирования диапазон давлений ударного сжатия на несколько порядков ниже, поэтому можно принять $\Theta \approx \Theta^p$.

Система уравнений (1) дополняется начальными условиями вида $u = 0, v = 0, w = 0, \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \frac{\partial v}{\partial t} = 0, \frac{\partial w}{\partial t} = 0, T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z)$, и граничными

условиями $u|_r, v|_r, w|_r, \frac{\partial u}{\partial x}|_r, \frac{\partial v}{\partial y}|_r, \frac{\partial w}{\partial z}|_r, \dots$, зависящими как от конкретного вида

и зоны воздействия импульсной нагрузки, так и от условий закрепления конструкционного элемента.

Компоненты вектора перемещений, найденные согласно соотношений (1), позволяют определить компоненты тензора деформаций в нелинейном виде

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right), \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right), \\
\varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right), \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\
\gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} \right), \\
\gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \right).
\end{aligned} \tag{2}$$

Компоненты тензора деформаций (2) позволяют определить величину интенсивности деформаций ε , а также скорости интенсивности деформаций, получаемые расчетным путем $\dot{\varepsilon} = \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial t}$.

Таким образом, значения интенсивности деформации получены с учетом геометрической нелинейности и справедливы как для упругого, так и для пластического деформирования.

В общем случае компоненты тензора напряжений определяются из соотношений динамической деформационной теории согласно системе уравнений [7]

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} - \sigma_0 &= \frac{2\sigma_i(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, T)}{3\varepsilon_i} \left(\varepsilon_{xx} - \frac{1}{3}\varepsilon_0 \right), & \tau_{xy} &= \frac{\sigma_i(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, T)}{3\varepsilon_i} \gamma_{xy}, \\
\sigma_{yy} - \sigma_0 &= \frac{2\sigma_i(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, T)}{3\varepsilon_i} \left(\varepsilon_{yy} - \frac{1}{3}\varepsilon_0 \right), & \tau_{yz} &= \frac{\sigma_i(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, T)}{3\varepsilon_i} \gamma_{yz}, \\
\sigma_{zz} - \sigma_0 &= \frac{2\sigma_i(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, T)}{3\varepsilon_i} \left(\varepsilon_{zz} - \frac{1}{3}\varepsilon_0 \right), & \tau_{zx} &= \frac{\sigma_i(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, T)}{3\varepsilon_i} \gamma_{zx},
\end{aligned} \tag{3}$$

где $\sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$ – среднее значение напряжений.

Использование уравнений (3) позволяет целостно рассматривать задачу во всех стадиях деформационного процесса.

В рамках данной математической модели также возможно использование теории пластического течения [7]

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} \left[d\sigma_{ij} - \delta_{ij} \frac{3\mu}{1+\mu} d\sigma \right] + \frac{3}{2} \frac{d\varepsilon_i^p}{\sigma_i(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, T)} (\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma), \quad (4)$$

где ε_i^p – интенсивность деформаций при пластическом течении.

Однако, результаты расчетов по динамической деформационной теории, с применением модифицированной зависимости (3) и теории пластического течения (4), совпадают с достаточной степенью точности [3].

Используется модифицированное уравнение состояния в виде

$$\sigma_i = \sigma_s \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_i}{D} \right)^{\frac{1}{n}} \right] + \sigma_s \left\{ \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_s} - \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_i}{D} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \right\}^m \cdot \left[1 - \left(\frac{T - T_k}{T_p - T_k} \right)^r \right], \quad (5)$$

где m, r – константы, определяемые из эксперимента, описывающие динамические свойства материала; T_k – температура, при которой проводилось определение характеристик материала; T_p – температура плавления.

Выражение (5) получено в результате модификации уравнения состояния $\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i)$ [3] и дополнено температурным множителем, аналогично зависимости для эквивалентных напряжений при скоростном упругопластическом деформировании Джонсона-Кука [2]. Выбранная зависимость позволяет учитывать адиабатическое повышение температуры в локальной области больших пластических деформаций, а также изменение скорости деформаций, значения которой можно определять экспериментально или оценить в результате последующей численной обработки результатов эксперимента.

Текущая температура при пластическом деформировании определяется из зависимости

$$T(x, y, z, t) = T_0(x, y, z, t) + \frac{f(\dot{\varepsilon}_f)}{c\rho} \int_0^{\varepsilon_f} \sigma_i(x, y, z, t) d\varepsilon_i(x, y, z, t), \quad (6)$$

где $f(\dot{\varepsilon}_f)$ – функция, определяющая часть работы деформации, которая переходит в тепловую энергию; для металлов $0,8 < f(\dot{\varepsilon}_f) < 1$.

Применение выражения (6) справедливо для адиабатических процессов, что соответствует результатам экспериментальных исследований высокоскоростного деформирования [11].

Примеры численных исследований. В задачах оценки возможных последствий аварийных ситуаций локальная импульсная нагрузка задается в виде однократного затухающего импульса в некоторой малой зоне по отношению к основным линейным размерам

$$P(\xi, \eta, t) = P_{\max}(\xi, \eta)e^{-\frac{t}{\theta}},$$

$$x_1 \leq \xi \leq x_2, \quad y_1 \leq \eta \leq y_2,$$

где $P_{\max}(\xi, \eta)$ – максимальная нагрузка в зоне нагружения.

Затухание нагрузки во времени принято в экспоненциальной форме, что хорошо согласуется с экспериментальными данными и теоретическими методами расчета ударных систем [3].

Исследовалось напряженно-деформированное состояние плиты с размерами 600 мм × 600 мм × 8 мм, нагружаемой в локальной области 30 мм × 30 мм.

Параметры материала:

$$E = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ Па}; E_I = 7,39 \cdot 10^8 \text{ Па}; \varepsilon_s = 1,43 \cdot 10^{-3}; \sigma_s = 2,99 \cdot 10^8 \text{ Па};$$

$$\sigma_{II} = 5,89 \cdot 10^8 \text{ Па}; T_p = 1540 \text{ }^\circ\text{C}; T_k = 27 \text{ }^\circ\text{C}; \alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}; \rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$D = 3,96 \cdot 10^2 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}; n = 7,14; m = 0,124; r = 1.$$

Скорость затухания нагрузки $\theta = 10^6 \text{ с}^{-1}$.

На рис. 1 представлены результаты расчетов интенсивности напряжений на ударяемой поверхности в зоне удара (кривая 1) и на расстоянии 150 мм как от краев, так и от центра плиты (кривая 2) для $P_{\max}(\xi, \eta) = 95 \text{ МПа}$.

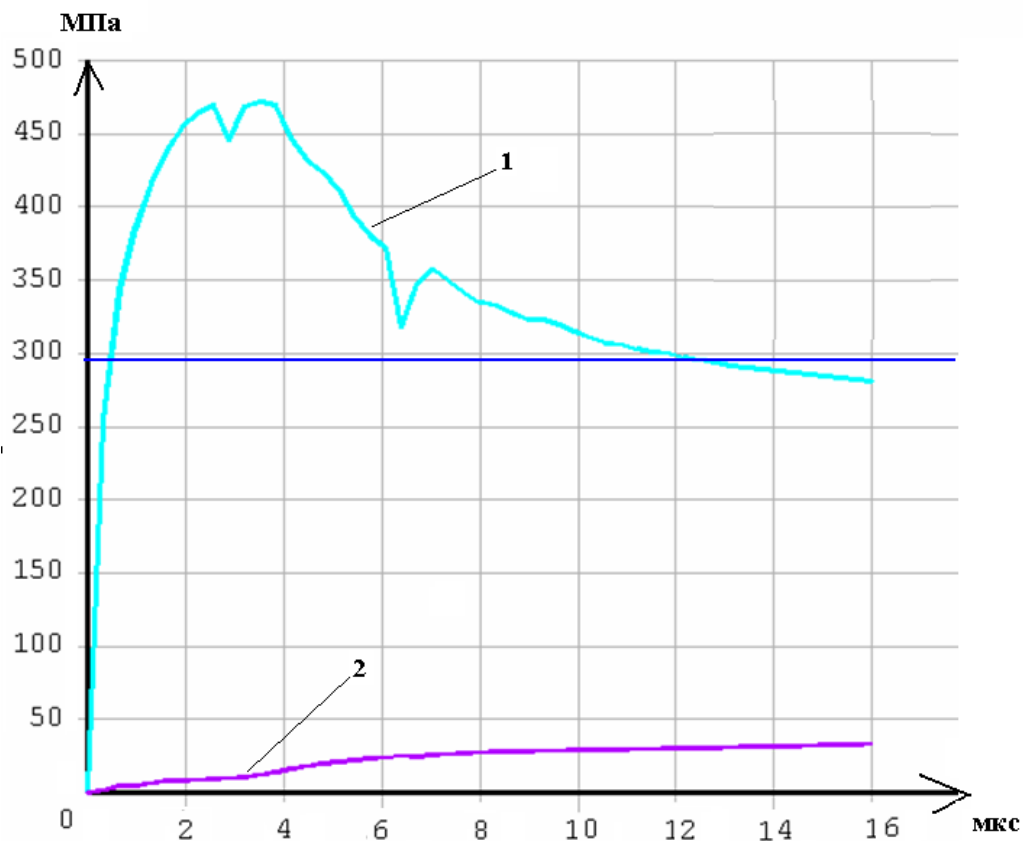


Рис. 1 – Интенсивность напряжений на поверхности плиты при $P_{\max}(\xi, \eta) = 95 \text{ МПа}$

Хорошо видно, что в зоне удара протекает пластическое деформирование, однако предельные напряжения не достигаются. В то же время интенсивность напряжений во второй контрольной точке на порядок меньше, чем в первой. Это свидетельствует о пространственной локализации деформационного процесса.

А на рис. 2 представлены результаты расчетов интенсивности напряжений для тех же точек, но для $P_{\max}(\xi, \eta) = 145$ МПа.

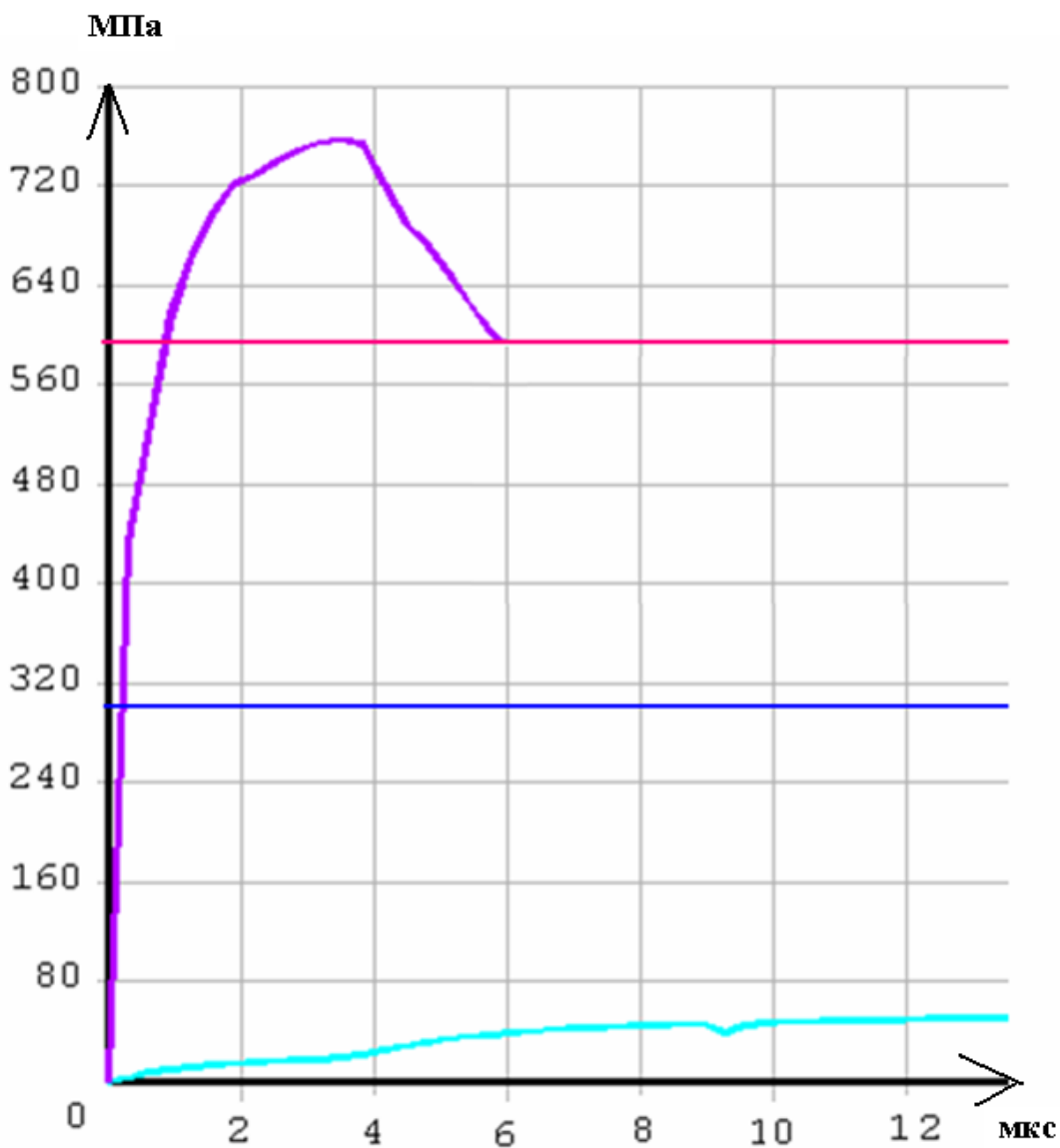


Рис. 2 – Интенсивность напряжений на поверхности плиты при $P_{\max}(\xi, \eta) = 145$ МПа

Анализ рис. 2 дает возможность сделать вывод о возможном разрушении плиты в зоне импульсного воздействия, поскольку интенсивность напряжений менее, чем за 1 мкс достигает предела прочности и значительно превышает его в течении 5 мкс. При этом сохраняется пространственная локализация процесса деформирования.

Результаты численных исследований, представленных на рис. 1 и рис. 2, показывают, что наиболее существенные напряжения возникают в течении 2...3 мкс. В среднем за 6 мкс после импульсного воздействия уровень напряжений резко снижается. Таким образом, динамические напряжения ограничены как в пространстве, так и во времени.

Нужно отметить, что локализация деформационного процесса характерна для скоростного деформирования металлических элементов конструкций.

Таким образом, предложена методика расчета трехмерного динамического напряженно-деформированного состояния элементов конструкций при импульсном воздействии, учитывающая динамические свойства материала и взаимную связь механических деформаций с температурным состоянием. Решение задачи опирается на экспериментальные эмпирические зависимости между интенсивностями напряжений, деформаций и скоростей деформаций, а также температурных параметров.

Статья подготовлена по материалам доклада IX Международной научной конференции “Импульсные процессы в механике сплошных сред” (15-19 августа 2011, г. Николаев).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Степанов Г. В. Поведение конструкционных материалов в упругопластических волнах нагрузки. – К.: Наук. думка, 1978. – 107 с.
2. Meyers M.A. Dynamics behavior of materials. – New York, 1994. – 283 p.
3. Скоростное деформирование элементов конструкций / Ю.С. Воробьев, А.В. Колодяжный, В.И. Севрюков [и др.]. – К. : Наук. думка, 1989.- 192 с.
4. Кукуджанов В.Н. Связанные модели упругопластичности и поврежденности и их интегрирование. – Изв. РАН. – МТТ. - 2006. – № 6. – С. 103-135.
5. Воробьев Ю. С., Чернобрышко М. В. Скоростное деформирование элементов конструкций в упругопластической стадии. // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – Вып. 14, 2010. – С. 87-93.
6. Воробьев Ю.С., Чернобрышко М.В. Основные зависимости для анализа скоростного деформирования элементов конструкций под действием импульсных нагрузок // Методи розв’язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла. – Вип. 12, 2011. – С. 40-46.
7. Писаренко Г.С., Можаровский Н.С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. – К.: Наук. думка, 1981. - 496 с.
8. Vorobyov Y., Chernobryvko M., Kruszka L. Strain rate deformation and damage of structural elements under local impulsive loadings. // Proceedings Seventh International Symposium on Impact Engineering 4 - 7 July 2010. – Warsaw, Poland. – P.679-686.
9. Воробьев Ю.С., Чернобрышко М.В. Моделирование высокоскоростных деформационных процессов с использованием адаптивных вычислительных методов // Механіка та машинобудування. – 2009.- № 1 - С. 112-119.
10. Ионов В.Н., Огибалов П.М. Напряжения в телах при импульсном нагружении. – М.: Высшая школа, 1975. – 463 с.
11. M. Chernobryvko, Y. Vorobyov, L. Kruszka. Effect of the shock-wave loading on building and structural elements // Proceedings Seventh International Symposium on Impact Engineering (ISIE2010) 4 - 7 July 2010. – Warsaw, Poland. – P.163-168.